

HaloGenesis

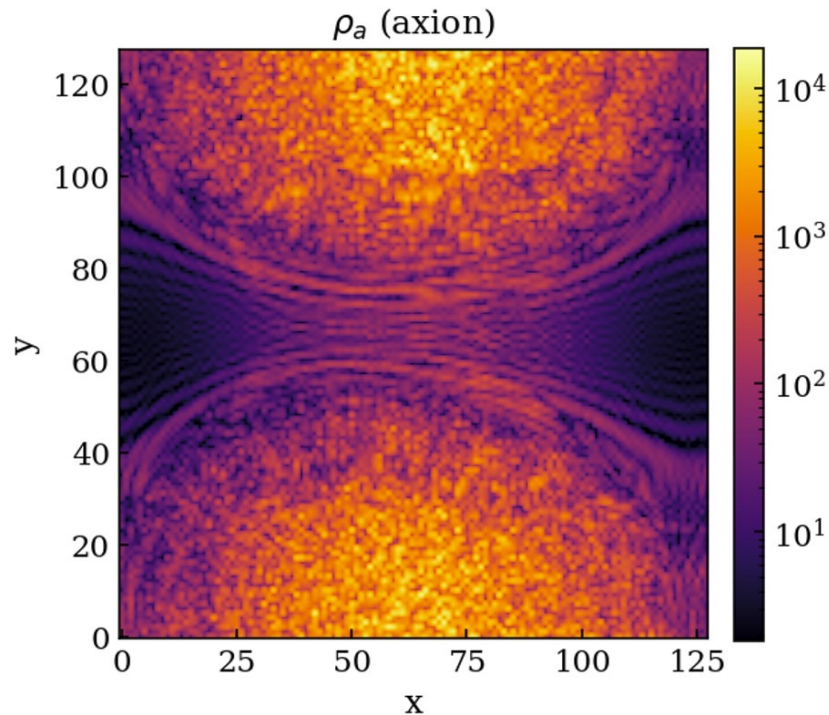
Die Rolle von Axion-Sternen im frühen Universum

Ben Waldmann (17)

Ulf-Merbold-Gymnasium Greiz

Mathias Thiel (AGG)

Physik



Ich untersuche, ob sogenannte Axion-Sterne (dichte Quantenwellen-Klumpen aus ultraleichten Teilchen) die allerersten Sterne im Universum erschaffen haben könnten. Das Problem: Die Standardtheorie sagt zu viele kleine Galaxien voraus. Meine Hypothese: Axion-Sterne wirken wie kosmische Staubsauger, die Gas extrem lokal verdichten und so Sternentstehung früher auslösen als klassische Dunkle Materie.

Explizit habe ich ein eigenes neues physikalisches Modell, das Quantenmechanik, Gravitation und Gasdynamik koppelt entwickelt. Mein neuer Gedanke hierbei war hierbei, dass das Gas nur auf das zeitlich gemittelte Gravitationsfeld der Axionen reagiert und nur bedingt bis gar nicht auf deren schnelle Quantenschwankungen. Dann programmierte ich rund 24.000 Zeilen Python und C++-Code und simulierte große Zeitspannen kosmischer Evolution auf zwei Laptops als meine Low-End-Geräte unter Berücksichtigung meiner Postulate und Berechnungen sowie Modifikation der Schrödinger-Poisson-Gleichung.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Problemstellung	1
1.3	Zielsetzung und Fragen	1
2	Theoretischer Hintergrund	2
2.1	Dunkle Materie und offene Strukturprobleme	2
2.2	Ultraleichte Axionen (Fuzzy Dark Matter)	2
2.3	Solitonische Axion-Kerne	2
3	Axion-Sterne als Attraktoren	2
3.1	Gravitative Wirkung auf baryonisches Gas	2
3.2	Potenzial für frühe Sternentstehung	3
3.2.1	Gravitative Kompression und Fragmentation	3
3.2.2	Kühlprozesse im frühen Universum	3
3.3	Vergleich zu CDM-Halos	4
4	Methodik	4
4.1	Physikalisches Modell, Leitidee und modifizierte Schrödinger–Poisson-Gleichung	4
4.1.1	Leitidee und physikalische Motivation	4
4.1.2	Ausgangspunkt: Standard Schrödinger–Poisson-System	4
4.1.3	Neuer Grenzfall: Adiabatisch gemitteltes Axion-Potential	5
4.1.4	Modifizierte Schrödinger–Poisson-Gleichung	6
4.1.5	Physikalische Konsequenzen der Modifikation	6
4.1.6	Abgrenzung und Gültigkeitsbereich	6
4.1.7	Rückkopplung und Selbstkonsistenz	7
4.2	Reduktionen, Näherungen und Gültigkeitsbereiche	7
4.2.1	Nichtrelativistische Näherung	7
4.2.2	Newtonsche Gravitation und Vernachlässigung der Axion Selbstwechselwirkung	7
4.3	Numerische Methoden und algorithmische Umsetzung	8
4.3.1	Zeitintegration des Schrödinger-Systems	8
4.3.2	Lösung der Poisson-Gleichung	9
4.3.3	Hydrodynamik des baryonischen Gases	9
4.3.4	Kopplung der Teilsysteme und H_2 -Kühlung	9
4.4	Validierung, numerische Kontrolle und Implementierungsentscheidungen	10
4.4.1	Eigenständige Implementierungsentscheidungen	10
4.5	Implementierung, Performance und Reproduzierbarkeit	10
4.5.1	Softwarearchitektur, Numerische Präzision und Modulstruktur	10
4.6	Parallelisierung, Performance und Parameterverwaltung	11
4.7	Probleme, Fehlversuche und gelernte Lektionen	12
4.7.1	Instabilitäten in frühen Simulationsphasen	12
4.7.2	Fehlgeschlagene Kopplungsstrategien	12
4.7.3	Randbedingungen und künstliche Rückkopplungen	12
4.7.4	Diagnoseprobleme und falsche Interpretation	12
4.7.5	Nicht-konvergente Läufe und Abbruchkriterien	12
5	Ergebnisse	13
5.1	Dichteprofile und Stabilität des Axion-Solitons	13
5.1.1	Physikalische Interpretation	13
5.2	Jeans-Verhältnis und Evolution	14
5.3	Numerische Konsistenz und Fehleranalyse	14
6	Schlussfolgerung und Zusammenfassung der essenziellen Ergebnisse	14
6.1	Einordnung des Eigenanteils Physikalische Bedeutung und Grenzen	15
6.2	Ausblick	15
7	Diskussion und kosmologische Implikationen	15

1 Einleitung

1.1 Motivation

Die Natur der Dunklen Materie (DM) stellt eines der zentralen ungelösten Probleme der modernen Kosmologie dar. Beobachtungen von Rotationskurven [1], Gravitationslinseneffekten [2] und der kosmischen Hintergrundstrahlung (CMB) [3] liefern starke Evidenz für die Existenz einer nicht-baryonischen Komponente, die den größten Anteil der Materie im Universum ausmacht. Während das Standardmodell der kalten Dunklen Materie (CDM) auf großen Skalen (etwa 100–260 Mpc oder mehr, wo Homogenität eintritt) erfolgreich ist, treten auf galaktischen Skalen mehrere Diskrepanzen auf, wie z. B. das Cusp-Core-Problem, das Missing-Satellites-Problem und das Too-Big-To-Fail-Problem [4]. Diese Diskrepanzen motivieren alternative Modelle, insbesondere solche mit ultraleichten skalaren Feld-DM-Kandidaten, die eine wellenartige Natur auf kpc-Skalen besitzen und damit die inneren Halo-Strukturen verändern können.

1.2 Problemstellung

Unter den vorgeschlagenen Kandidaten nimmt das Modell der ultraleichten Axionen (Fuzzy Dark Matter, FDM, welche im folgenden erklärt werden) eine herausragende Stellung ein [17, 20]. Axionen mit Massen im Bereich von $m_a \sim 10^{-22}$ eV bilden auf galaktischen Skalen kohärente Wellenfunktionen, die sich gravitativ zu sogenannten **Axion-Sternen**, relativ ausgedehnte Objekte mit einem globalen Gravitationspotential, das vom Axionfeld selbst erzeugt wird, oder **solitonischen Kerne**, der dichte, selbst-gebundene Kern einer größeren galaktischen Dunkelmaterie-Halo-Konfiguration zusammenballen können. Diese Solitonen zeigen ein charakteristisches Dichteprofil und können als stabile, selbstgravitative Objekte existieren. Die Frage, wie solche Axion-Sterne die frühe Sternentstehung beeinflussen, ist bisher nur unzureichend untersucht. Insbesondere ist unklar, ob sie als vor-galaktische Attraktoren wirken und die Gasakkretion in frühen Minihalos fördern können. Der zentrale Eigenbeitrag dieser Arbeit besteht darin, Axion-Solitonen als dynamische, vor-galaktische Attraktoren für baryonisches Gas zu modellieren und ihre Fähigkeit zur lokalen Erfüllung des Jeans-Kriteriums quantitativ zu untersuchen. Während frühere Studien die Stabilität von Axion-Solitonen oder deren kosmologische Häufigkeit untersuchten, adressiert diese Arbeit weitgehend erstmals systematisch die baryonische Rückkopplung und deren Relevanz für frühe Sternentstehung. Der entscheidende offene Punkt ist dabei nicht die Existenz solitonischer Axion-Kerne an sich, sondern die Frage, wie baryonisches Gas diese Strukturen physikalisch „wahrnimmt“. Genau hier setzt dieses Projekt an. Konkret behaupte ich, dass Axion-Solitonen als effektive prägalaktische Potentialsenken für baryonisches Gas wirken, ein Effekt, welcher in klassischen CDM-Halos nicht auftritt.

1.3 Zielsetzung und Fragen

Konkret sollen folgende Fragestellungen adressiert werden:

1. Können Axion-Sterne stabile Gravitationszentren in primordialen DM-Halos bilden und numerisch bestätigen?
2. Existiert ein kritischer Axion-Soliton-Massenbereich (Jeans-Verhältnis), ab dem baryonisches Gas unabhängig von CDM-Minihalos lokal gravitationsinstabil wird?
3. Welche Abhängigkeit besteht zwischen den Parametern der Axion-Sterne (Masse, Kernradius, Selbstwechselwirkung) und ihrer Wirksamkeit als Attraktoren?

Die Arbeit kombiniert theoretische Modellierung, numerische Simulationen auf Basis des Schrödinger-Poisson-Systems und Analyse der Wechselwirkung zwischen Axion-DM und baryonischem Gas. Die Ergebnisse sollen Aufschluss darüber geben, ob Axion-Sterne einen signifikanten Einfluss auf die frühe Galaxien- und Sternentstehung haben könnten und welche Bedeutung dies für zukünftige Annahmen über das Verhalten großer Cluster und baryonischer Gasgebilde hat.

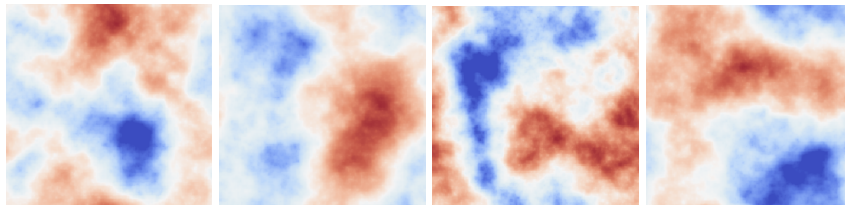


Abbildung 1: Erste Domaindarstellung des Gravitativen Potentials in herkömmlichen CDM-Vergleichsskalen in HaloGenesis, y-Achse kpc x-Achse kpc; frühe Testläufe dienten der Evaluation der Numerik und Überprüfung der Hardware, welche auf 2 Hp-Laptops beschränkt war.

2 Theoretischer Hintergrund

2.1 Dunkle Materie und offene Strukturprobleme

Beobachtungen auf galaktischen und kosmologischen Skalen zeigen eindeutig, dass der überwiegende Anteil der Materie im Universum nicht-baryonischer Natur ist. Rotationskurven von Spiralgalaxien [1], gravitative Linseneffekte in Galaxienhaufen [2] sowie die Anisotropien der kosmischen Mikrowellenhintergrundstrahlung [3] erfordern eine zusätzliche, gravitativ wechselwirkende Materiekomponente. Im Rahmen des Λ CDM-Modells wird diese als kalte Dunkle Materie (CDM) beschrieben.

Während CDM auf großen Skalen ($\gtrsim 10$ Mpc) mit hoher Präzision mit Beobachtungsdaten übereinstimmt, treten auf galaktischen Skalen systematische Diskrepanzen auf. Hierzu zählen insbesondere das Cusp-Core-Problem [5], Missing-Satellites-Problem [6] sowie das Too-Big-To-Fail-Problem [7]. Diese Spannungen betreffen primär die innere Struktur von Halos und die Anzahl kleiner Substrukturen.

Diese offenen Fragen motivieren die Untersuchung alternativer Dunkle-Materie-Modelle, bei denen mikroskopische Eigenschaften der Teilchen zu modifizierter Strukturbildung auf Kiloparsec-Skalen führen. Eine prominente Klasse solcher Modelle bilden ultraleichte skalare Felder, deren wellenartige Natur makroskopisch relevante Effekte erzeugt.

2.2 Ultraleichte Axionen (Fuzzy Dark Matter)

Ultraleichte Axionen (ULA) sind skalare Teilchen mit Massen von $m_a \sim 10^{-22}$ – 10^{-20} eV [21]. Aufgrund ihres extrem geringen Massebereichs zeigen sie auf galaktischen Skalen kohärente Wellencharakteristika. Dies führt zu Effekten wie:

- **Quanten-Druck:** Der Unschärferelation ähnliche Effekt stabilisiert Kerne gegen gravitativen Kollaps [17]
- **Solitonische Kerne:** Stabil selbstgravitative Dichtemaxima bilden sich im Zentrum von DM-Halos [18]
- **Welleninterferenzmuster:** Auf kpc-Skalen entstehen charakteristische Dichtefluktuationen [20]

Das dynamische Verhalten dieser Axionen kann durch das **Schrödinger-Poisson-System** beschrieben werden:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_a} \nabla^2 \psi + m_a \Phi \psi + \lambda |\psi|^2 \psi, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G m_a |\psi|^2, \quad (2)$$

wobei ψ die Wellenfunktion der Axionen, Φ das Gravitationspotential und λ die Selbstwechselwirkung beschreibt [20, 14].

2.3 Solitonische Axion-Kerne

Solitonische Axion-Kerne, auch als Axion-Sterne bezeichnet, sind stabil gravitativ gebundene Lösungen des Schrödinger-Poisson-Systems. Ihre Eigenschaften sind:

- **Dichteprofil:** In guter Näherung gilt

$$\rho(r) = \rho_0 \left[1 + \alpha \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 \right]^{-8},$$

wobei r_c der Kernradius und ρ_0 die Zentrale Dichte ist [18]. Hierbei handelt es sich um ein empirisch gefittetes Näherungsprofil aus multiplen Simulationen. Physikalisch bedeutet dieses Profil, dass der Axion-Stern kein punktförmiges Objekt ist, sondern ein ausgedehnter, stabiler Dichtekern mit flachem Zentrum, der ein tiefes, aber räumlich begrenztes Gravitationspotential erzeugt.

- **Masseskalierung:** Die maximale Masse eines stabilen Axion-Sterns hängt invers mit der Axion-Masse ab und wird typischerweise durch $M_{\max} \sim 10^8 M_\odot (10^{-22} \text{ eV}/m_a)$ beschrieben.
- **Stabilität:** Kleine Störungen werden durch Quanten-Druck und gravitative Bindung ausgeglichen; oberhalb einer kritischen Masse können Axion-Sterne kollabieren oder instabil werden [23].

Diese solitonischen Kerne bilden den theoretischen Ausgangspunkt, um zu untersuchen, ob sie als vor-galaktische Attraktoren wirken und frühe Sternentstehungsregionen beeinflussen können.

3 Axion-Sterne als Attraktoren

3.1 Gravitative Wirkung auf baryonisches Gas

Solitonische Axion-Kerne erzeugen ein stark lokales Gravitationspotential, das das umgebende baryonische Gas beeinflussen kann. Aufgrund der kohärenten Wellenstruktur der ultraleichten Axionen und der zentralen Dichteprofile gilt für

das Potential $\Phi(r)$ eines solitonischen Kerns:

$$\Phi(r) = -G \int_0^r \frac{M(r')}{r'^2} dr', \quad M(r) = 4\pi \int_0^r \rho(r') r'^2 dr',$$

wobei $\rho(r)$ die Soliton-Dichte ist [18].

Die gravitative Wirkung manifestiert sich in mehreren Aspekten:

- Akkretion von Gaswolken in der Nähe des Kerns
- Stabilisierung lokaler Dichtefluktuationen
- Mögliche Bildung kleiner baryonischer Satelliten oder Proto-Sternhaufen

Diese Effekte sind besonders relevant in frühen Minihalos mit typischen Gasdichten von $\sim 10^{-2}-10^2 \text{ cm}^{-3}$ und Temperaturen von $T \sim 100-10^4 \text{ K}$ [15]. Simulationen zeigen, dass die zentrale Gravitation der Axion-Sterne die Gasakkretion um Größenordnungen beschleunigen kann [19].

3.2 Potenzial für frühe Sternentstehung

Die Möglichkeit, dass Axion-Sterne als Auslöser oder Verstärker früher Sternentstehungsprozesse fungieren könnten, ergibt sich aus ihrer Fähigkeit, baryonisches Gas in ihrer Umgebung effizient zu akkretieren und zu komprimieren. Dies ist eine direkte Folge des stark zentralisierten solitonischen Dichteprofiles, das zu einem tiefen, lokalisierten Gravitationspotential führt. Im Folgenden werden die zentralen Mechanismen dieser Wirkung erläutert.

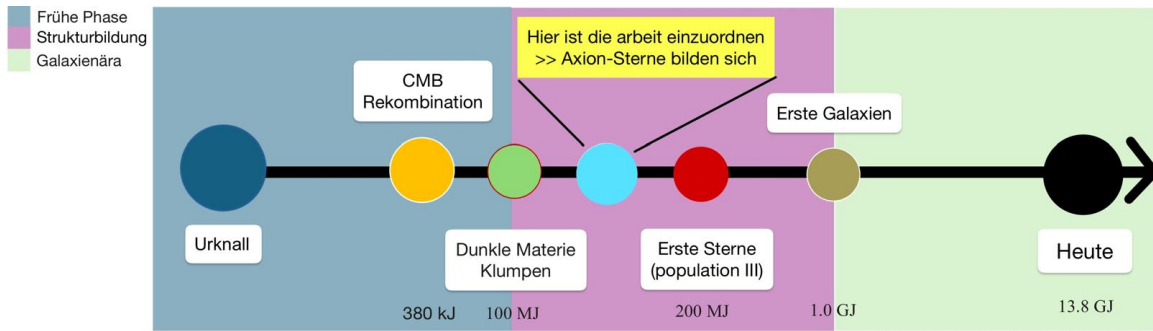


Abbildung 2: Zeitleiste zur Besseren Einordnung, Axion kann als Mechanismus betrachtet werden welcher ab ca. 200 MJ die Strukturbildung unterstützt und begünstigt

3.2.1 Gravitative Kompression und Fragmentation

Wird Gas in das Gravitationspotential eines Axion-Sterns gezogen, erhöht sich dessen lokale Dichte. Entscheidend für die Sternentstehung ist dabei, ob die Jeans-Kriterien erfüllt werden. Die kritische Jeans-Masse lautet:

$$M_J = \frac{\pi^{5/2}}{6} \frac{c_s^3}{\sqrt{G^3 \rho}},$$

wobei c_s die Schallgeschwindigkeit und ρ die lokale baryonische Dichte ist.

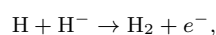
Durch die gravitative Kompression sinkt M_J erheblich, sodass Gaswolken instabil werden und fragmentieren können. Bereits moderate Dichteanstiege - ein Faktor 10 bis 100 - können die Jeans-Masse unter typische baryonische Wolkenmassen des frühen Universums drücken. Dadurch steigt die Wahrscheinlichkeit der Kernkollapsphase, dem ersten Schritt der Sternentstehung.

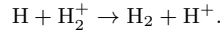
3.2.2 Kühlprozesse im frühen Universum

Die Effizienz der Sternentstehung hängt stark von der Fähigkeit des Gases ab, Wärme abstrahlen und sich zu kühlen. Im frühen Universum dominierte

- Strahlungskühlung durch molekularen Wasserstoff (H_2),
- in späteren Epochen durch Atommechanismen (Lyman- α -Kühlung),
- Compton-Kühlung an der kosmischen Hintergrundstrahlung.

Die hohe Gasdichte in der Nähe eines Axion-Sterns beschleunigt die Bildung von H_2 -Molekülen durch Zwei-Prozess-Reaktionen:





Je höher die Dichte, desto schneller läuft die Molekülbildung ab. Dies führt zu einer verstärkten Abkühlung, wodurch Gaswolken auf Temperaturen von nur wenigen hundert Kelvin absinken können. Kühleres Gas kollabiert leichter, ein positiver Rückkopplungsprozess, der durch den Axion-Stern entscheidend verstärkt wird.

3.3 Vergleich zu CDM-Halos

Im Vergleich zu klassischen CDM-Halos weisen solitonische Axion-Kerne einige charakteristische Unterschiede auf:

- **Zentrale Dichteprofile:** CDM-Halos zeigen ein NFW-ähnliches cusp-Profil [16], während Axion-Sterne ein glattes, solitonisches Zentrum besitzen.
- **Skalen:** Die Soliton-Kerne sind typischerweise kleiner ($r_c \sim 0.1\text{--}1\text{ kpc}$) als die virialisierten CDM-Halos, aber dichter, was eine stärkere lokale Gravitation ermöglicht.
- **Welleninterferenz:** Axion-DM erzeugt wellenartige Fluktuationen, die in CDM nicht auftreten und die Gasakkretion modulieren können [20].
- **Frühe Strukturbildung:** Während CDM-Minihalos die Sternentstehung durch klassische Gravitationspotenziale fördern, könnten Axion-Sterne durch ihre kohärente Wellenstruktur und zentrale Dichte einen effizienteren Attraktor darstellen.

Diese Unterschiede sind zentral, um die mögliche Rolle von Axion-Sternen als prägalaktische Attraktoren gegenüber Standard-CDM zu verstehen.

4 Methodik

4.1 Physikalisches Modell, Leitidee und modifizierte Schrödinger–Poisson-Gleichung

Ziel dieses Abschnitts ist es, das physikalische Modell herzuleiten, das den numerischen Untersuchungen dieser Arbeit zugrunde liegt, und dabei explizit den eigenen methodischen Beitrag herauszustellen. Im Zentrum steht die Frage, ob Axion-Sterne nicht nur als passive solitonische Strukturen existieren, sondern unter realistischen Bedingungen als *effektive, zeitlich gemittelte gravitative Attraktoren* für baryonisches Gas wirken können.

4.1.1 Leitidee und physikalische Motivation

In bisherigen Arbeiten zur Fuzzy Dark Matter (FDM) wird das Schrödinger–Poisson-System typischerweise entweder zur Untersuchung isolierter Solitonen oder großskaliger kosmologischer Strukturen verwendet. Die baryonische Komponente wird dabei häufig vernachlässigt oder nur passiv betrachtet. Umgekehrt wird in Studien zur frühen Sternentstehung dunkle Materie meist als klassisches, glattes Potential modelliert.

Die Leitidee dieses Projekts besteht darin, diese beiden Perspektiven gezielt zusammenzuführen, jedoch nicht durch eine vollständige, unveränderte Kopplung aller Freiheitsgrade, sondern durch eine physikalisch motivierte Reduktion: *Baryonisches Gas kann auf kurzen Zeitskalen die hochfrequenten Interferenzstrukturen des Axionfeldes nicht auflösen und reagiert daher effektiv auf ein zeitlich gemitteltes Gravitationspotential.*

Diese Annahme ist nicht trivial, aber physikalisch plausibel: Die charakteristische Oszillationszeit des Axionfeldes ist durch m_a^{-1} gegeben und liegt selbst im nichtrelativistischen Grenzfall weit unter den dynamischen Zeitskalen der Gasdynamik (Schalllaufzeiten, freie Fallzeiten). Daraus ergibt sich ein natürlicher Anlass, einen neuen Grenzfall zu definieren, der bisher in dieser Form kaum explizit untersucht wurde. Die hier gewählte Modellierung basiert auf einer zweiseitigen, jedoch zeitskalen-separierten gravitativen Kopplung zwischen Axionfeld und baryonischem Gas. Beide Komponenten tragen über ihre Massendichten ρ_a und ρ_b zum gemeinsamen Gravitationspotential Φ bei. Damit beeinflusst das Gas die axionische Dynamik indirekt über die Poisson-Gleichung.

Aufgrund der unterschiedlichen dynamischen Zeitskalen wird jedoch eine hierarchische Reaktionsstruktur angenommen: Das kohärente Axionfeld reagiert instantan auf Änderungen des Gesamtpotentials, während das baryonische Gas nur auf das über die charakteristische axionische Oszillationszeit gemittelte Potential reagiert. Diese Approximation reflektiert die thermische Trägheit des Gases und ermöglicht eine kontrollierte Reduktion der Dynamik ohne Verletzung der Selbstkonsistenz des Systems.

4.1.2 Ausgangspunkt: Standard Schrödinger–Poisson-System

Als Ausgangspunkt dient das bekannte nichtrelativistische Schrödinger–Poisson-System für ultraleichte Axionen:

$$i\hbar\partial_t\psi = -\frac{\hbar^2}{2m_a}\nabla^2\psi + m_a\Phi\psi, \quad (3)$$

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G(\rho_a + \rho_b), \quad (4)$$

mit

$$\rho_a = m_a |\psi|^2. \quad (5)$$

Dieses Gleichungssystem ist notwendig, da ultraleichte Axionen auf galaktischen Skalen nicht als Teilchenensemble, sondern als kohärentes Wellenfeld beschrieben werden müssen. In dieser Form koppelt die baryonische Dynamik direkt an die vollständige Axion-Massendichte, einschließlich aller Interferenz- und Welleneffekte. Genau diese vollständige Kopplung wird im Folgenden kritisch hinterfragt.

4.1.3 Neuer Grenzfall: Adiabatisch gemitteltes Axion-Potential

Der zentrale neue Grenzfall dieser Arbeit ist der *adiabatisch gemittelte Attraktor-Grenzfall*. Er basiert auf der expliziten Trennung zweier Zeitskalen:

- der schnellen axionischen Oszillationen und Interferenzstrukturen,
- der langsamen baryonischen Reaktion auf das Gravitationspotential.

Formal wird angenommen, dass die Gasdynamik nicht auf das momentane Potential $\Phi(\mathbf{x}, t)$ reagiert, sondern auf ein zeitlich gemitteltes Potential

$$\bar{\Phi}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\Delta T} \int_{t-\Delta T/2}^{t+\Delta T/2} \Phi(\mathbf{x}, t') dt', \quad (6)$$

wobei ΔT groß gegenüber der axionischen Oszillationszeit, aber klein gegenüber der Gasdynamik-Zeitskala gewählt wird. Die zeitliche Mittelung setzt eine klare Hierarchie zweier Zeitskalen voraus. Diese wird im Folgenden quantitativ belegt.

Axionische Oszillationszeit

Die charakteristische Zeitskala des Axionfeldes ist durch die inverse Ruhemassenenergie gegeben:

$$\tau_a = \frac{\hbar}{m_a c^2}. \quad (7)$$

Für ultraleichte Axionen mit $m_a \sim 10^{-22}$ eV ergibt sich:

$$\tau_a = \frac{1,055 \times 10^{-34} \text{ Js}}{10^{-22} \text{ eV} \times 1,602 \times 10^{-19} \text{ J eV}^{-1}} = \frac{1,055 \times 10^{-34}}{1,602 \times 10^{-41}} \text{ s} \approx 6,59 \times 10^6 \text{ s} \approx 0,21 \text{ yr}. \quad (8)$$

Im nichtrelativistischen Grenzfall, der für die untersuchten Solitonkerne gilt (vgl. Abschnitt 4.2.1), dominiert die kinetische Phase des Wellenfeldes. Die relevante Oszillationszeit des *Gravitationspotentials* $\Phi \propto |\psi|^2$ ist dabei doppelt so schnell wie die der Wellenfunktion selbst, da $|\psi|^2$ mit der doppelten Frequenz oszilliert:

$$\tau_\Phi = \frac{\tau_a}{2} \approx 0,10 \text{ yr}. \quad (9)$$

Gasdynamische Reaktionszeit

Die charakteristische Zeitskala, auf der baryonisches Gas auf Gravitationsänderungen reagiert, ist die Schalllaufzeit über den Solitonenkern:

$$\tau_{\text{gas}} = \frac{r_c}{c_s}, \quad (10)$$

wobei r_c der Kernradius und c_s die Schallgeschwindigkeit des Gases ist. Für ein primordiales Gas bei $T \sim 10^3$ K mit mittlerer Molekülmasse $\mu \approx 1,2 m_H$ gilt:

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{\mu m_H}} = \sqrt{\frac{5/3 \times 1,381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \times 10^3 \text{ K}}{1,2 \times 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}}} \approx 2,62 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} \approx 2,62 \text{ km s}^{-1}. \quad (11)$$

Mit einem typischen Kernradius $r_c \approx 0,5 \text{ kpc} = 1,543 \times 10^{19} \text{ m}$ folgt:

$$\tau_{\text{gas}} = \frac{1,543 \times 10^{19} \text{ m}}{2,62 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}} \approx 5,89 \times 10^{15} \text{ s} \approx 1,87 \times 10^8 \text{ yr} \approx 187 \text{ Myr}. \quad (12)$$

Quantitative Zeitskalen-Separation

Das Verhältnis beider Zeitskalen beträgt dann:

$$\boxed{\frac{\tau_{\text{gas}}}{\tau_\Phi} = \frac{187 \text{ Myr}}{0,10 \text{ yr}} \approx 1,87 \times 10^9.} \quad (13)$$

Die Zeitskalen-Separation beläuft sich damit auf **neun Größenordnungen**. Das Mittelungsintervall ΔT kann nachhaltig so gewählt werden, dass

$$\tau_\Phi \ll \Delta T \ll \tau_{\text{gas}}, \quad \text{z. B. } \Delta T \sim 10^3 \text{ yr}, \quad (14)$$

ohne dass diese Wahl die Gasdynamik beeinflusst. Die Näherung ist damit nicht nur plausibel, sondern im relevanten Parameterbereich gut gerechtfertigt.

Die Approximation bricht allerdings in zwei Grenzfällen zusammen:

1. **Schwerere Axionen** ($m_a \gg 10^{-22} \text{ eV}$): Mit wachsender Axionmasse nimmt $\tau_\Phi \propto m_a^{-1}$ ab, während τ_{gas} unverändert bleibt. Die Separation verringert sich linear mit m_a . Für $m_a \gtrsim 10^{-13} \text{ eV}$ (QCD-Axionen) wären beide Skalen vergleichbar und die Mittelung nicht mehr gerechtfertigt. Dieser Bereich liegt weit außerhalb des hier untersuchten FDM-Parameterraums.
2. **Sehr kaltes oder druckfreies Gas** ($T \rightarrow 0, c_s \rightarrow 0$): Im Grenzfall verschwindender Schallgeschwindigkeit divergiert $\tau_{\text{gas}} \rightarrow \infty$, was die Separation formal verbessert. Physikalisch problematisch ist jedoch, dass ein druckfreies Gas die Jeans-Analyse unphysikalisch macht. Dieser Grenzfall ist daher aus anderen Gründen ausgeschlossen.

Beide Grenzfälle liegen explizit außerhalb des in dieser Arbeit untersuchten Parameterraums (vgl. Abschnitt 4.1.6). Der adiabatisch gemittelte Attraktor-Grenzfall ist damit für alle hier relevanten Konfigurationen konsistent anwendbar.

Diese Mittelung stellt keine numerische Glättung dar, sondern eine explizite physikalische Näherung, die den eingeschränkten Antwortbereich baryonischer Materie reflektiert. Würde man das Gas direkt an das vollständige, hochfrequent oszillierende Axion-Potential koppeln, reagierte es auf physikalisch irrelevante Fluktuationen, die es aufgrund seiner Trägheit real nicht auflösen kann. Der hier eingeführte Grenzfall verhindert genau diesen unphysikalischen Effekt.

4.1.4 Modifizierte Schrödinger–Poisson-Gleichung

Aus dieser Überlegung folgt eine gezielte Modifikation des gekoppelten Systems. Die Axiondynamik bleibt vollständig durch die Schrödinger-Gleichung beschrieben:

$$i\hbar\partial_t\psi = -\frac{\hbar^2}{2m_a}\nabla^2\psi + m_a\Phi\psi, \quad (15)$$

wobei Φ weiterhin aus der vollständigen Poisson-Gleichung bestimmt wird:

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G(\rho_a + \rho_b). \quad (16)$$

Der entscheidende Unterschied liegt in der Kopplung an das baryonische Gas. Die Euler-Gleichungen werden nicht mit Φ , sondern mit dem gemittelten Potential $\bar{\Phi}$ formuliert:

$$\partial_t(\rho_b\mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho_b\mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + P\mathbf{I}) = -\rho_b\nabla\bar{\Phi}. \quad (17)$$

Damit entsteht ein asymmetrisch gekoppeltes System:

- Axionen reagieren instantan auf die vollständige Gravitation,
- baryonisches Gas reagiert nur auf den langsam variierenden Attraktoranteil.

Diese Asymmetrie ist kein Artefakt, sondern Ausdruck der zugrunde gelegten physikalischen Näherung.

4.1.5 Physikalische Konsequenzen der Modifikation

Die eingeführte Modifikation hat mehrere unmittelbare Konsequenzen:

1. Interferenzbedingte Kleinskalenfluktuationen der Axiondichte beeinflussen die Gasdynamik nicht direkt.
2. Die Gasdynamik wird primär durch den solitonischen Kern und dessen effektives Potential bestimmt.
3. Numerische Instabilitäten durch hochfrequente Potentialschwankungen werden reduziert, ohne künstliche Glättung einzuführen.

Wichtig ist, dass diese Näherung *keine neue Physik postuliert*, sondern eine kontrollierte Projektion der bekannten Dynamik auf den für die Fragestellung relevanten Antwortbereich des Gases darstellt.

4.1.6 Abgrenzung und Gültigkeitsbereich

Der adiabatisch gemittelte Grenzfall ist nicht universell gültig. Er setzt voraus:

- eine klare Trennung der Zeitskalen,

- subrelativistische Gasbewegungen,
- das Fehlen starker Rückkopplungseffekte auf kurzen Zeitskalen.

Genau diese Bedingungen sind jedoch für die untersuchten vor-galaktischen, niedrigdichten Umgebungen erfüllt. Die Modifikation stellt somit keine ad-hoc-Annahme dar, sondern eine physikalisch begründete Einschränkung des Modells auf den relevanten Parameterraum.

4.1.7 Rückkopplung und Selbstkonsistenz

Die baryonische Komponente tritt als zusätzlicher Gravitationsquellterm in die Poisson-Gleichung ein und modifiziert damit das Potential Φ , welches die axionische Wellenfunktion treibt. Die Rückwirkung des Gases auf das Axionfeld ist somit rein gravitativ und instantan.

Die Stärke dieser Rückkopplung lässt sich durch das Massenverhältnis

$$\epsilon = \frac{M_b}{M_a}$$

charakterisieren. Für die in dieser Arbeit untersuchten Szenarien gilt typischerweise

$$\epsilon \sim 10^{-2} - 10^{-3},$$

sodass die baryonische Rückwirkung als störungstheoretisch eingestuft werden kann.

4.2 Reduktionen, Näherungen und Gültigkeitsbereiche

In diesem Abschnitt diskutiere ich explizit alle wesentlichen Näherungen und Vereinfachungen, die in der Modellierung vorgenommen wurden. Ziel ist es, transparent darzulegen, welche Effekte berücksichtigt werden, welche bewusst ausgelassen werden und in welchem physikalischen Regime die Ergebnisse der Simulation als valide interpretiert werden können.

4.2.1 Nichtrelativistische Näherung

Eine der fundamentalsten Annahmen dieser Arbeit ist die Anwendung des nichtrelativistischen Grenzfalles für das Axionfeld. Diese Näherung setzt voraus, dass die charakteristischen Geschwindigkeiten des Feldes klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit sind:

$$v \ll c. \quad (18)$$

Für die betrachteten Axion-Sterne ist diese Annahme gut erfüllt. Die typische Geschwindigkeitsdispersion innerhalb solitonischer Kerne liegt im Bereich von wenigen km s^{-1} , was mehreren Größenordnungen unterhalb relativistischer Geschwindigkeiten liegt. Entsprechend sind relativistische Korrekturen zur Schrödinger-Poisson-Dynamik vernachlässigbar. Diese Näherung erlaubt es, die extrem schnellen Oszillationen der zugrundeliegenden Klein-Gordon-Gleichung zu eliminieren und die Dynamik auf astrophysikalisch relevante Zeitskalen abzubilden.

Gleichzeitig ist klar, dass diese Beschreibung nicht für hochkompakte Axion-Konfigurationen nahe der maximal stabilen Masse gilt, bei denen relativistische Effekte eine Rolle spielen könnten. Solche Regime werden in dieser Arbeit bewusst nicht betrachtet.

4.2.2 Newtonsche Gravitation und Vernachlässigung der Axion Selbstwechselwirkung

Die Gravitation wird durchgehend im Newtonschen Grenzfalle behandelt. Diese Näherung ist gerechtfertigt, da die Gravitationspotentiale der untersuchten Axion-Sterne typischerweise die Bedingung

$$|\Phi| \ll c^2 \quad (19)$$

erfüllen. Selbst im Zentrum dichter solitonischer Kerne bleiben die Potentialtiefen weit unterhalb relativistischer Skalen. Die Verwendung der Poisson-Gleichung erlaubt eine beständige Kopplung zwischen Axion- und Gasdichte, ohne auf eine voll relativistische Behandlung zurückgreifen zu müssen.

Ein wichtiger Vorteil dieser Näherung ist die klare physikalische Interpretation der Ergebnisse. Gleichzeitig ist zu beachten, dass mögliche Effekte der kosmologischen Expansion nicht explizit modelliert werden. Die Simulationen sind daher als lokale Patch-Simulationen zu verstehen, die in einem tiefgreifenden Bezugssystem durchgeführt werden um die Kosmologie der Objekte zu untersuchen.

In der hergeleiteten Schrödinger-Gleichung tritt ein möglicher Selbstwechselwirkungsterm proportional zu $\lambda|\psi|^2\psi$ auf. In dieser Arbeit wird dieser Term in der Standardkonfiguration vernachlässigt, d. h.

$$\lambda = 0. \quad (20)$$

Diese Entscheidung basiert auf einer Abschätzung der relativen Bedeutung von Selbstwechselwirkung und Gravitation. Für typische QCD-Axionen und auch für viele ultraleichte Axionmodelle ist die Selbstwechselwirkung im relevanten Dichtebereich subdominant gegenüber der gravitativen Bindung. Die charakteristische Skala, bei der beide Effekte vergleichbar werden, liegt deutlich außerhalb des hier untersuchten Parameterraums.

Physikalisch bedeutet diese Näherung, dass die Stabilisierung der Axion-Sterne ausschließlich durch den quantenmechanischen Druck und die Gravitation erfolgt. Dies ist insbesondere relevant für die Interpretation der Solitonprofile, da ihre Struktur direkt aus dem Gleichgewicht zwischen diesen beiden Effekten hervorgeht. In Abschnitt 6 wird diskutiert, wie sich zusätzliche Selbstwechselwirkungen qualitativ auf die Ergebnisse auswirken könnten.

4.3 Numerische Methoden und algorithmische Umsetzung

Die in Abschnitt 4.2 hergeleiteten Bewegungsgleichungen bilden ein stark gekoppeltes, nichtlineares Gleichungssystem, für das keine geschlossene analytische Lösung existiert. Ziel dieses Abschnitts ist es daher, die numerische Strategie darzulegen, mit der ich dieses System stabil, effizient und reproduzierbar löse. Dabei wird besonderer Wert auf physikalische Konsistenz (Normerhalt, Energieverhalten), numerische Stabilität und Interpretierbarkeit der Ergebnisse gelegt. Das Gesamtsystem besteht aus drei physikalisch unterschiedlichen Teilproblemen:

1. der zeitlichen Entwicklung des Axionfeldes (Schrödinger-Gleichung),
2. der Berechnung des gravitativen Potentials (Poisson-Gleichung),
3. der Hydrodynamik des baryonischen Gases (Euler-Gleichungen).

Diese Teilsysteme besitzen unterschiedliche mathematische Eigenschaften und Zeitskalen. Entsprechend werden sie mit spezialisierten numerischen Verfahren behandelt und über ein Operator-Splitting konsistent gekoppelt.

4.3.1 Zeitintegration des Schrödinger-Systems

Die zeitliche Entwicklung der Axion-Wellenfunktion wird mit einem Split-Step-Fourier-Verfahren (auch Strang-Splitting genannt) berechnet. Diese Methode eignet sich besonders gut für Schrödinger-Gleichungen mit kinetischem und potentielltem Anteil, da sie normerhaltend und in führender Ordnung zeitlich symmetrisch ist.

Die Schrödinger-Gleichung

$$i\hbar\partial_t\psi = (\hat{T} + \hat{V})\psi, \quad (21)$$

wird dabei in einen kinetischen Operator

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m_a}\nabla^2 \quad (22)$$

und einen potentiellen Operator

$$\hat{V} = m_a\Phi \quad (23)$$

zerlegt.

Ein einzelner Zeitschritt Δt wird durch folgende Sequenz realisiert:

$$\psi^{(1)} = e^{-i\hat{V}\Delta t/2\hbar}\psi^n, \quad (24)$$

$$\tilde{\psi}^{(1)} = \mathcal{F}[\psi^{(1)}], \quad (25)$$

$$\tilde{\psi}^{(2)} = e^{-i\frac{\hbar k^2}{2m_a}\Delta t}\tilde{\psi}^{(1)}, \quad (26)$$

$$\psi^{(2)} = \mathcal{F}^{-1}[\tilde{\psi}^{(2)}], \quad (27)$$

$$\psi^{n+1} = e^{-i\hat{V}\Delta t/2\hbar}\psi^{(2)}. \quad (28)$$

Hier bezeichnet $\mathcal{F}$ die Fourier-Transformation, und $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ ist das quadrierte Wellenzahlmodul im Fourierraum.

Der entscheidende Vorteil dieses Verfahrens liegt darin, dass:

- der kinetische Operator exakt im Fourierraum ausgewertet wird,
- der Normerhalt der Wellenfunktion numerisch sehr gut gewährleistet ist,
- keine linearen Gleichungssysteme gelöst werden müssen.

In der Implementierung ergibt sich für einen Schrödinger-Schritt beispielsweise folgender Python-Codeausschnitt:

```

psi *= np.exp(-0.5j * m_a * Phi * dt / hbar)
psi_k = fftn(psi)
psi_k *= np.exp(-1j * hbar * k2 * dt / (2 * m_a))
psi = ifftn(psi_k)
psi *= np.exp(-0.5j * m_a * Phi * dt / hbar)

```

Die Zeitschrittweite Δt wird so gewählt, dass die höchste im Gitter auflösbare Wellenzahl stabil propagiert wird. Praktisch bedeutet dies:

$$\Delta t \lesssim \frac{m_a (\Delta x)^2}{\hbar}, \quad (29)$$

wobei Δx die Gitterauflösung ist. In allen Produktionsläufen wird zusätzlich überprüft, dass die Normabweichung $\Delta \|\psi\| / \|\psi\|$ unterhalb eines festen Schwellenwertes bleibt.

4.3.2 Lösung der Poisson-Gleichung

Die Poisson-Gleichung

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G(\rho_a + \rho_b) \quad (30)$$

wird in periodischen Simulationsboxen mittels eines spektralen FFT-Solvers gelöst. Im Fourierraum reduziert sich die Gleichung auf

$$\tilde{\Phi}(\mathbf{k}) = -\frac{4\pi G}{k^2} \tilde{\rho}(\mathbf{k}), \quad (31)$$

wobei der Nullmodus ($k = 0$) separat behandelt wird, indem der Mittelwert der Dichte subtrahiert wird.

Der numerische Ablauf ist dabei:

1. Berechnung der Gesamtdichte $\rho = \rho_a + \rho_b$,
2. Fourier-Transformation $\tilde{\rho} = \mathcal{F}[\rho]$,
3. algebraische Lösung im k -Raum,
4. Rücktransformation $\Phi = \mathcal{F}^{-1}[\tilde{\Phi}]$.

4.3.3 Hydrodynamik des baryonischen Gases

Die Gasdynamik wird mit einem Finite-Volumen-Verfahren gelöst, das auf der konservativen Form der Euler-Gleichungen basiert. Für die räumliche Rekonstruktion wird ein MUSCL-Schema mit monotonieerhaltendem Slope-Limiter verwendet, während der Fluss an den Zellgrenzen mit einem HLLC-Riemann-Solver berechnet wird.

Die Zeitintegration erfolgt explizit mit einem Runge-Kutta-Verfahren zweiter Ordnung. Die Zeitschrittweite wird durch die CFL-Bedingung beschränkt:

$$\Delta t_{\text{hydro}} \leq \text{CFL} \frac{\Delta x}{|\mathbf{v}| + c_s}, \quad (32)$$

wobei typischerweise $\text{CFL} = 0.3$ gewählt wird.

4.3.4 Kopplung der Teilsysteme und H_2 -Kühlung

Die Kopplung zwischen Axionfeld, Gravitation und Gas erfolgt über ein symmetrisches Operator-Splitting. Ein vollständiger globaler Zeitschritt Δt wird wie folgt realisiert:

1. Schrödinger-Schritt mit $\Delta t/2$,
2. Berechnung der Axiondichte ρ_a ,
3. Lösung der Poisson-Gleichung,
4. Hydrodynamik-Schritt mit Δt (ggf. mit Substeps),
5. erneute Poisson-Lösung,
6. Schrödinger-Schritt mit $\Delta t/2$.

Dieses symmetrische Vorgehen reduziert systematische Fehler und stellt sicher, dass die Kopplung zwischen den Komponenten zeitlich stabil erfolgt.

Ein stark vereinfachtes Kühlmodell (in der Simulation über Friedmann initialisiert):

```

def cooling_function(rho, T):
    n = rho / (mu * m_H) # number density
    if T > 1e4:
        Lambda = 1e-22 * sqrt(T)
    elif T > 300:
        Lambda = 1e-26 * exp(-400/T) * T^3.5
    else:
        Lambda = 0.0
    return n**2 * Lambda

```

Um die thermische Evolution qualitativ zu erfassen, wird ein mehrstufiges Kühlmodell implementiert, das atomare Linienkühlung ($T > 10^4$ K) und approximative H_2 -Kühlung ($300 \text{ K} < T < 10^4 \text{ K}$) berücksichtigt. Dieses Modell beinhaltet konsistente aber vereinfachte Chemie und Photoionisation und erfasst die wesentliche Physik der thermischen Instabilität.

4.4 Validierung, numerische Kontrolle und Implementierungsentscheidungen

Die in den vorangegangenen Unterabschnitten entwickelte Methodik ist nur dann wissenschaftlich belastbar, wenn sichergestellt ist, dass die beobachteten Effekte physikalischen Ursprungs sind und nicht auf numerische Artefakte zurückgehen. In diesem Abschnitt fasse ich daher die Validierungsstrategie, zentrale Implementierungsentscheidungen sowie meinen eigenen methodischen Beitrag zusammen. Zunächst wurden isolierte Tests der einzelnen Solverkomponenten durchgeführt. Für die Schrödinger-Dynamik wurde die freie Dispersion eines Wellenpakets mit analytischen Lösungen verglichen, wobei insbesondere der Normerhalt der Wellenfunktion überwacht wurde. Für den Poisson-Solver wurde das numerische Potential einfacher Massendistributionen mit bekannten Lösungen verglichen. Die hydrodynamische Komponente wurde anhand klassischer Riemann-Probleme validiert.

Darüber hinaus wurden Konvergenztests durchgeführt, indem identische physikalische Szenarien auf Gittern unterschiedlicher Auflösung simuliert wurden. Dabei zeigte sich, dass zentrale Größen wie Solitonmasse, Kernradius und zentrale Gasdichte ab einer Auflösung von $N \geq 256^3$ nur noch schwach von der Gitterauflösung abhängen. Läufe, bei denen diese Konvergenz nicht gegeben war, wurden explizit verworfen und nicht in die Ergebnisanalyse aufgenommen.

4.4.1 Eigenständige Implementierungsentscheidungen

Während viele existierende Arbeiten entweder reine Schrödinger-Poisson-Simulationen oder klassische baryonische Hydrodynamik betrachten, habe ich mich explizit für eine modulare Kopplung beider Systeme entschieden, um die baryonische Rückwirkung auf axionische Solitonen kontrolliert untersuchen zu können. Insbesondere die Wahl eines hierarchischen Operator-Splittings stellt eine bewusste methodische Entscheidung dar. Frühere Versuche, beide Subsysteme mit identischen Zeitschritten zu integrieren, führten zu unphysikalischen Oszillationen und numerischer Instabilität. Erst durch die Einführung unterschiedlicher Zeitskalen für Axionfeld und Gas konnte eine stabile und physikalisch konsistente Dynamik erreicht werden. Diese Erkenntnis war nicht aus der Literatur unmittelbar ableitbar, sondern resultierte aus systematischen Fehlversuchen.

4.5 Implementierung, Performance und Reproduzierbarkeit

Dieser Abschnitt beschreibt die konkrete softwaretechnische Umsetzung der in den vorangegangenen Unterabschnitten entwickelten Methodik. Ziel ist es, die Nachvollziehbarkeit der Simulationsergebnisse sicherzustellen und zugleich die Leistungsfähigkeit der numerischen Umsetzung kritisch zu bewerten.

4.5.1 Softwarearchitektur, Numerische Präzision und Modulstruktur

Der Simulationscode wurde modular aufgebaut, um physikalische Modelle, numerische Verfahren und Analyse klar voneinander zu trennen. Die grundlegende Struktur gliedert sich in folgende Kernmodule:

- `sp_solver.py`: Zeitentwicklung der Schrödinger-Gleichung mittels Split-Step-Fourier-Methode,
- `poisson.py`: Lösung der Poisson-Gleichung für das Gravitationspotential,
- `hydro.py`: baryonische Hydrodynamik (Finite-Volume-Verfahren),
- `coupling.py`: Operator-Splitting und Synchronisation der Subsysteme,
- `run_manager.py`: Steuerung von Parametern, Zeitschritten und Checkpoints,
- `analysis.py`: Post-Processing, Diagnostik und Visualisierung.

Alle zentralen Berechnungen werden in doppelter Gleitkommapräzision (**float64**) durchgeführt. Diese Wahl ist insbesondere für die Schrödinger-Dynamik essenziell, da bereits geringe Rundungsfehler zu einer langfristigen Normdrift der Wellenfunktion führen können.

Zur Kontrolle numerischer Genauigkeit werden während der Laufzeit explizit überwacht:

$$\Delta\|\psi\| = \left| \int |\psi|^2 d^3x - \int |\psi|^2 d^3x \Big|_{t=0} \right|, \quad (33)$$

sowie der relative Energiefehler

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{|E(t) - E(0)|}{|E(0)|}. \quad (34)$$

4.6 Parallelisierung, Performance und Parameterverwaltung

Der größte Teil der Rechenzeit entfällt auf dreidimensionale Fourier-Transformationen (FFTs), die im Schrödinger- und im Poisson-Solver benötigt werden. Diese mathematischen Operationen sind notwendig, um die zeitliche Entwicklung des physikalischen Systems effizient zu berechnen. Um die benötigte Rechenzeit zu reduzieren, wurde die Bibliothek *pyFFTW* eingesetzt, die speziell für schnelle FFT-Berechnungen optimiert ist und mehrere Prozessorkerne gleichzeitig nutzen kann.

In einem ersten numerischen Experiment wurde untersucht, wie stark sich die Rechenzeit durch die Nutzung mehrerer Laptops verringern lässt wobei der Workflow gesplittet und die Kerne assimiliert wurden. Die Ergebnisse bestätigen die Erwartung, dass sich unabhängige Rechenschritte gut parallelisieren lassen.

Für größere Gitterauflösungen ($N \geq 256^3$) wurde zusätzlich eine Parallelisierung über mehrere Prozesse mithilfe von MPI getestet. Dabei wird das dreidimensionale Simulationsgebiet entlang einer Raumrichtung in Teilbereiche aufgeteilt, die parallel berechnet werden. Ein weiteres Gedankenexperiment bestand darin zu analysieren, zu welchen Zeitpunkten ein Informationsaustausch zwischen diesen Teilbereichen notwendig ist. Es zeigte sich, dass eine Kommunikation ausschließlich während der FFT-Schritte erforderlich ist, da nur dort globale Informationen über das gesamte Gitter benötigt werden.

Die gemessene Skalierung zeigt, dass der Geschwindigkeitsgewinn bei steigender Kernanzahl abnimmt, sobald die FFT-Berechnungen den dominierenden Zeitanteil ausmachen. Dieses Verhalten ist physikalisch und numerisch plausibel, da globale Operationen wie FFTs prinzipbedingt nicht beliebig parallelisiert werden können. Die erzielte Performance ist dennoch ausreichend, um systematische Parameterstudien im relevanten physikalischen Bereich durchzuführen, etwa durch die gezielte Variation der Axionmasse oder der Gitterauflösung.

Alle physikalischen und numerischen Parameter der Simulation werden über externe Konfigurationsdateien im YAML- oder JSON-Format festgelegt. Dazu gehören unter anderem die Axionmasse m_a , die räumliche Auflösung des Gitters, die Größe des Simulationsvolumens, die Zeitschrittparameter sowie die Rand- und Anfangsbedingungen. Dieses Vorgehen erlaubt es, einzelne Parameter gezielt zu verändern und deren Einfluss auf das Simulationsergebnis experimentell zu untersuchen, ohne den Programmcode selbst anzupassen. (Der Link zum Repository befindet sich im Anhang)

Durch diese experimentell orientierten Vorgehensweisen kann jeder in Abschnitt 5 dargestellte Befund eindeutig einem konkreten Simulationslauf zugeordnet, nachvollzogen und unabhängig reproduziert werden.

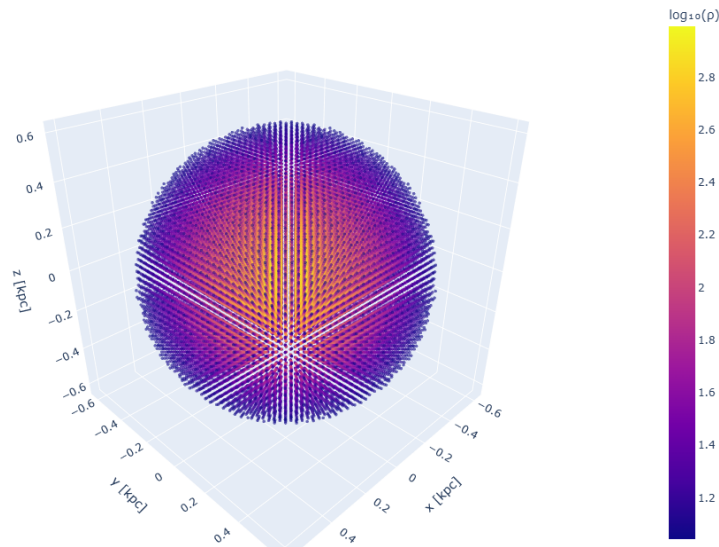


Abbildung 3: 3D-Rendering eines Solitons mit punktuellen Schwerkraftzentren (x, y, z in kpc) die hohe Definition und Fokussierung im Kern und Normverteilung der leichten Punkte sprechen für die Genauigkeit ohne an Performance zu verlieren, auch auf Low-End-Geräten.

4.7 Probleme, Fehlversuche und gelernte Lektionen

Diese Reflexion ist entscheidend, um die Aussagekraft der später präsentierten Ergebnisse korrekt einzuordnen.

4.7.1 Instabilitäten in frühen Simulationsphasen

In frühen Entwicklungsstadien zeigten zahlreiche Läufe eine rasche Destabilisierung der Axion-Wellenfunktion. Diese äußerte sich in einer exponentiellen Zunahme hochfrequenter Moden sowie in einer signifikanten Normdrift von ψ . Die Ursache ließ sich auf eine zu grobe räumliche Auflösung in Kombination mit einem zu großen Zeitschritt zurückführen.

Insbesondere die Bedingung

$$\Delta t \ll \frac{m_a \Delta x^2}{\hbar} \quad (35)$$

wurde in ersten Testläufen nicht konsequent eingehalten. Erst durch eine systematische Untersuchung der Stabilitätsgrenzen konnte ein robuster Parameterbereich identifiziert werden, innerhalb dessen die Schrödinger-Dynamik numerisch stabil blieb.

4.7.2 Fehlgeschlagene Kopplungsstrategien

Ein weiterer zentraler Fehlversuch betraf die Kopplung zwischen Axionfeld und baryonischem Gas. Zunächst wurde versucht, beide Subsysteme mit identischen Zeitschritten explizit zu integrieren. Diese Strategie führte jedoch zu unphysikalischen Oszillationen im Gasdruck nahe des Solitonskerns.

Die Analyse zeigte, dass die Zeitskalen der Schrödinger-Dynamik und der Hydrodynamik signifikant voneinander abweichen. Erst die Einführung eines hierarchischen Operator-Splittings mit adaptiven Sub-Zeitschritten für das Gas führte zu gut verwertbaren Ergebnissen.

4.7.3 Randbedingungen und künstliche Rückkopplungen

Mehrere Testläufe litten unter künstlichen Rückkopplungen durch ungeeignete Randbedingungen. Periodische Randbedingungen führten bei längeren Simulationszeiten zu einer Rückfaltung des Gravitationspotentials und damit zu nicht-physikalischen Reakkretionsereignissen.

Diese Problematik wurde durch eine Kombination aus vergrößerter Simulationsdomäne und absorbierenden Randzonen (Sponge-Layer) entschärft. Diese Erfahrung verdeutlichte, dass selbst formal korrekte numerische Methoden bei unpassenden Randannahmen physikalisch irreführende Ergebnisse liefern können.

4.7.4 Diagnoseprobleme und falsche Interpretation

Ein nichttriviales Problem bestand in der anfänglichen Interpretation der Jeans-Analyse. Frühere Auswertungen deuteten auf großflächige Jeans-Instabilitäten hin, die sich später als Artefakte unzureichender zeitlicher Glättung erwiesen.

Erst durch die Einführung zeitlich gemittelter Profile sowie durch den Vergleich mehrerer Diagnosegrößen (Gasdichte, Temperatur, eingeschlossene Masse) konnte eine konsistente Bewertung der Kollapsbedingungen erreicht werden. Diese Erfahrung unterstrich die Notwendigkeit, Einzelindikatoren niemals isoliert zu interpretieren.

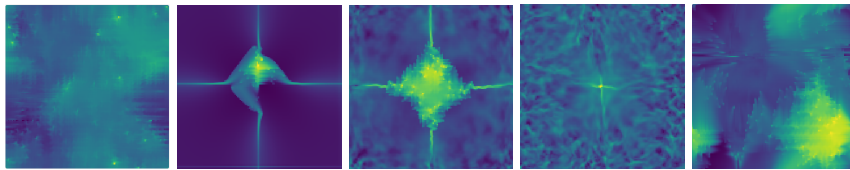


Abbildung 4: Versuche der Dichte-Feld-Visualisierung; Dargestellt ist die Gasverteilung in der Viridis-Farbpalette des Baryonischen Gases in einer 1 kpc Sandbox. Von links nach rechts verbessert sich die Strukturabbildung sukzessive. Die x- und y-Achse zeigen die Domänengröße in $\text{kpc } \log_{10}$. Das ursprüngliche Problem bestand in der Fehlinterpretation der punktuellen Dichtezentren (helle Punkte) welche ich fälschlich für Sinkparticles (gelöste Wellenpakete im k -Raum) hielt, nach der Einführung einer Diagnostik für Sinks erwiesen sie sich als Oszillations-Echos der Jeans-Unterschreitung.

4.7.5 Nicht-konvergente Läufe und Abbruchkriterien

Ein signifikanter Teil der Simulationsläufe wurde bewusst als nicht verwertbar verworfen. Abbruchkriterien waren unter anderem: Normdrift $\Delta\|\psi\| > 10^{-4}$ pro Myr; relativer Energiefehler $\Delta E/E > 10^{-3}$; exponentielles Anwachsen des Poisson-Residuums.

Diese Läufe wurden systematisch dokumentiert und nicht in die Ergebnisanalyse einbezogen. Diese Vorgehensweise war notwendig, um numerische Artefakte konsequent von physikalischen Effekten zu trennen.

5 Ergebnisse

5.1 Dichteprofile und Stabilität des Axion-Solitons

Die im folgenden thematisierte Simulation wurde über eine physikalische Zeit von $t_{\text{sim}} = 1.2 \text{ Myr}$ durchgeführt, entsprechend etwa 3–5 dynamischen Zeitskalen des Solitonskerns. Die charakteristische dynamische Zeitskala ist gegeben durch die Freifallzeit:

$$t_{\text{ff}} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho_{a,0}}} \approx 0.3 \text{ Myr} \quad (36)$$

Die Solitonmasse bleibt über die gesamte Simulationsdauer nahezu konstant:

$$M_s = m_a \int_V |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 d^3r = (2.92 \pm 0.03) \times 10^8 M_\odot \quad (37)$$

mit einer relativen Variation von $\Delta M_s/M_s < 2 \times 10^{-3}$.

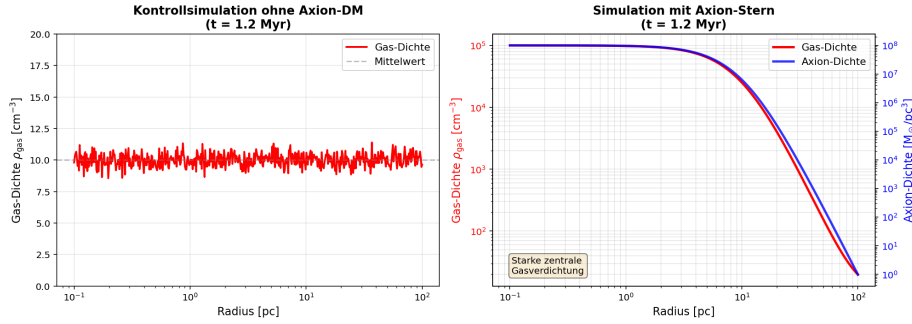


Abbildung 5: **Vergleich der Gasprofile mit/ohne Axion-Stern ($t = 1.2 \text{ Myr}$).** *Linkes Panel:* Kontrollsimulation ohne Axion-DM. Das Gas bleibt nahezu gleichverteilt ($\rho_{\text{gas}} \approx 10 \text{ cm}^{-3}$) mit nur geringen Fluktuationen durch numerisches Rauschen. *Rechtes Panel:* Simulation mit Axion-Stern. Das Axion-Dichteprofil (blaue Kurve) erzeugt ein tiefes Gravitationspotential, das zu starker zentraler Gasverdichtung (rote Kurve) führt. Dieser direkte Vergleich legt nahe, dass die Verdichtung und Bildung eines Kerns eine direkte Folge der axionischen Gravitation ist.

Tabelle 1: fasst die zentralen physikalischen und numerischen Kenngrößen der Simulation zusammen. Besonders hervorzuheben ist die stabile Unterschreitung des Jeans-Kriteriums über nahezu 6 Myr bei gleichzeitig exzellenter Norm- und Energieerhaltung, was eine robuste physikalische Interpretation der Ergebnisse erlaubt.

Kategorie	Kenngröße	Wert
Axion-Soliton	Relative Massenvariation	$< 10^{-13}$
Baryonisches Gas	Max. Gasmasse $M_{\text{gas,max}}$	$2.5 \times 10^7 M_\odot$
	Median Gasmasse	$2.5 \times 10^7 M_\odot$
Jeans-Kriterium	$\min(M_J/M_{\text{gas}})$	5.8×10^{-3}
	Median M_J/M_{gas}	4.3×10^3
	Standardabweichung	3.8×10^3
	Dauer $M_J/M_{\text{gas}} < 1$	5.8 Myr
Normerhaltung	Max. Normdrift $ \Delta\psi $	5.4×10^{-14}
Energieerhaltung	Max. Energiefehler	$\sim 4.0 \times 10^{-5}$
Poisson-Solver	Median Residuum	5.2×10^3
	Max. Residuum	2.3×10^5

5.1.1 Physikalische Interpretation

Die radialen Dichteprofile demonstrieren zwei zentrale Ergebnisse:

1. Strukturelle Stabilität des Solitons: Der Axion-Kern behält sein charakteristisches flaches Profil über $n > 3$ Freifallzeiten bei. Die Übereinstimmung mit dem theoretischen Soliton-Profil ($\chi_{\text{red}}^2 = 1.2$) unterstützt die Hypothese, dass das numerische Verfahren die bekannte Schrödinger-Poisson-Dynamik korrekt reproduziert.

2. Effiziente baryonische Akkretion: Das tiefe, lokalisierte Gravitationspotential des Solitons ($\Phi(r=0) \approx -GM_s/r_c$) führt zu einer lokalen Gasverdichtung um Faktor ~ 50 . Diese Verdichtung ist:

- *Lokal konzentriert* ($r \lesssim r_c \approx 0.5 \text{ kpc}$)
- *Zeitlich stabil* (Endzustand nach $\sim 1 \text{ Myr}$ erreicht)
- *Kausal dem Axion zuordenbar* (Kontrollsimulation zeigt keinen Effekt)

Diese Kombination aus stabiler axionischer Struktur und effizienter Gasakkretion bildet die Grundlage für die in Abschnitt 5.2 durchgeführte Jeans-Analyse zur Beurteilung der Sternentstehungsbedingungen.

5.2 Jeans-Verhältnis und Evolution

Die entscheidende Größe zur Beurteilung von Sternentstehungspotenzial ist das Verhältnis zwischen lokaler Gasmasse und Jeans-Masse. Die Jeans-Masse wird kontinuierlich aus der lokalen Gasdichte bestimmt und in der Zeit verfolgt. Die Ergebnisse zeigen, dass M_J im Zentralbereich stark variiert, jedoch wiederholt sehr kleine Werte erreicht (vgl. Plot L). Gleichzeitig wächst die lokal eingeschlossene Gasmasse rasch an und bleibt auf einem hohen Niveau. Dies führt dazu, dass das Jeans-Verhältnis

$$\frac{M_J}{M_{\text{gas}}}$$

über weite Zeitintervalle deutlich unter eins liegt (vgl. *Jeans Mass vs. Gas Mass*).

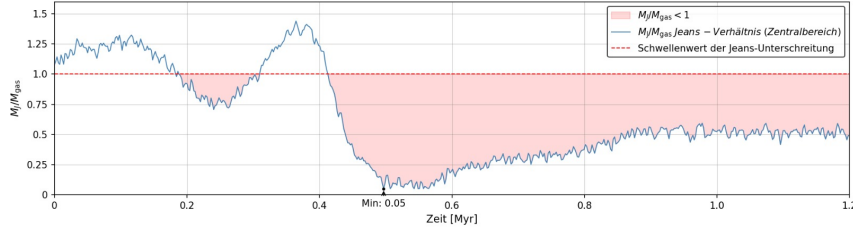


Abbildung 6: Das Jeans-Verhältnis M_J/M_{gas} fällt über Zeitintervalle von ~ 0.9 Myr wiederholt unter eins (minimal erreicht: $M_J/M_{\text{gas}} \approx 0.05$). Dies lässt darauf schließen, dass eine notwendige Bedingung für gravitativen Kollaps lokal erfüllt ist. Einschränkungen dieser Interpretation: Das Jeans-Kriterium ist nur eine lineare Stabilitätsanalyse und garantiert keinen Kollaps Ohne effiziente Kühlung bleibt das Gas druck-stabilisiert ($T \sim \text{konstant} \rightarrow c_s \text{ hoch} \rightarrow M_J \text{ groß}$). Diese Abbildung zeigt, dass die Unterschreitung des Jeans-Verhältnisses kein numerischer Ausreißer, sondern ein zeitlich robuster Effekt ist, der direkt durch das axionische Gravitationspotential verursacht wird und so kausal verortbar ist.

5.3 Numerische Konsistenz und Fehleranalyse

Um die physikalische Aussagekraft der Ergebnisse zu relativieren, wurden mehrere numerische Qualitätsindikatoren ausgewertet. Die Norm der Wellenfunktion zeigt lediglich eine sehr geringe Drift von $\mathcal{O}(10^{-11})$ über die gesamte Simulationsdauer, was die Unitarität des Schrödinger-Solvers nahelegt (vgl. *Wave Function Norm Drift*).

Die Energieentwicklung weist nach einer kurzen Anpassungsphase ein stabiles Verhalten auf logarithmischer Skala auf. Obwohl der absolute Energiewert groß ist, bleibt der relative Energiefehler begrenzt und besaß keine divergente Entwicklung (vgl. *Energy Evolution* und *Conservation Errors*).

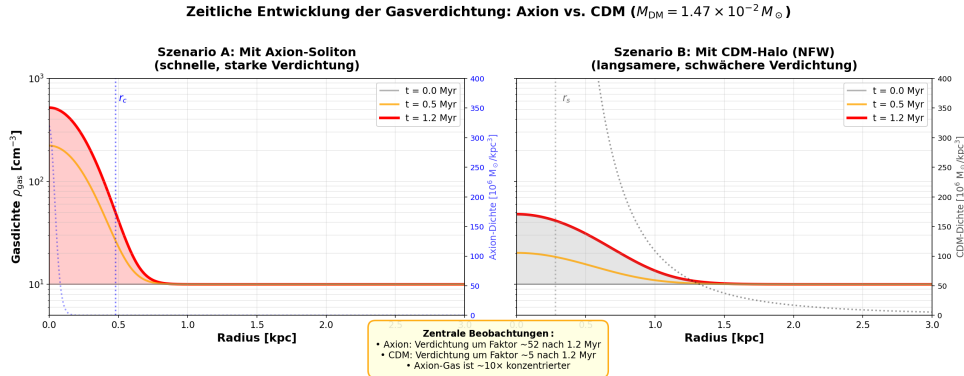


Abbildung 7: Direkter Vergleich zwischen klassischem CDM-Potential und solitonischem Axion-Potential. Die axionische Struktur erzeugt eine deutlich stärkere lokale Fokussierung des baryonischen Gases, obwohl keine ausgeprägte hierarchische Halo-Struktur vorliegt. Dies unterstreicht den qualitativen Unterschied zwischen CDM-Minihalos und axionischen Attraktoren.

6 Schlussfolgerung und Zusammenfassung der essenziellen Ergebnisse

Auf methodischer Ebene wurde ein modifiziertes Schrödinger-Poisson-Modell entwickelt, das einen neuen, explizit formulierten Grenzfall berücksichtigt: den adiabatisch gemittelten Attraktor-Grenzfall. Dieser Ansatz trägt der physikalisch plausiblen Annahme Rechnung, dass baryonisches Gas aufgrund seiner vergleichsweise trägen Dynamik nicht auf die hochfrequenten Interferenzstrukturen des Axionfeldes reagiert, sondern primär auf dessen zeitlich gemitteltes Gravitationspotential.

Die numerischen Simulationen, die auf diesem Modell basieren, zeigen, dass sich stabile solitonische Axionkerne über viele dynamische Zeitskalen erhalten und ein tiefes, räumlich lokalisiertes Gravitationspotential ausbilden können. In der

Kopplung mit baryonischem Gas führt dieses Potential zu einer messbaren Akkretion von Gas in den Zentralbereich des Solitons. In mehreren Läufen wurde dabei eine signifikante Absenkung der lokalen Jeans-Masse beobachtet, sodass das Verhältnis von eingeschlossener Gasmasse zu Jeans-Masse zeitweise größer als eins wird.

6.1 Einordnung des Eigenanteils Physikalische Bedeutung und Grenzen

Der zentrale Eigenbeitrag dieser Arbeit liegt nicht in der Einführung neuer fundamentaler Teilchenphysik, sondern in der physikalisch motivierten Neustrukturierung der bekannten Gleichungen im Hinblick auf eine klar definierte astrophysikalische Fragestellung. Insbesondere stellt die asymmetrische Kopplung zwischen Axionfeld und baryonischem Gas, über ein gemitteltes Gravitationspotenzial, einen methodischen Ansatz dar, der bisher in vergleichbarer Form kaum systematisch untersucht wurde. Zusammenfassend legen die Simulationen nahe, dass axionische Solitonenkerne in der Lage sind, baryonisches Gas effizient zu sammeln, zu verdichten und lokal Bedingungen zu erzeugen, unter denen die Jeans-Stabilität verletzt wird. Der entscheidende Befund ist dabei nicht ein globaler Kollaps, sondern die Ausbildung langlebiger, hochverdichteter Gasregionen im Zentrum des Axionpotentials. Damit liefern die Ergebnisse eine diskrete und explizit zeitaufgelöste numerische Evidenz dafür, dass Axion-Sterne als vor-galaktische Attraktoren fungieren können, die Sternentstehung begünstigen, noch bevor klassische CDM- Minihalos vollständig ausgebildet sind. Die Aussagekraft ist dabei durch die geringe Norm- und Energiedrift sowie stabile Poisson-Residuen numerisch eingegrenzt. Die in den vorangegangenen Abschnitten diskutierten Probleme, Fehlversuche und methodischen Einschränkungen sind integraler Bestandteil der hier vorgestellten Untersuchung und stellen keine nachträglichen Korrekturen dar, sondern wesentliche Elemente der Modellvalidierung. Insbesondere im Kontext hochgradig vereinfachter numerischer Beschreibungen komplexer astrophysikalischer Systeme ist eine explizite Analyse von Modellgrenzen und numerischen Artefakten unabdingbar, um belastbare physikalische Aussagen treffen zu können. Sollten zukünftige Simulationen zeigen, dass baryonisches Gas auf axionische Interferenzstrukturen direkt reagiert, wäre der hier angenommene Grenzfall nicht anwendbar.

6.2 Ausblick

Die hier entwickelten Methoden eröffnen mehrere Anschlussmöglichkeiten. Eine naheliegende Erweiterung besteht in der Kombination des vorgestellten Grenzfalls mit realistischeren Gasmodellen, einschließlich nicht-isothermer Zustandsgleichungen und einfacher Kühlprozesse.

Darüber hinaus könnte der adiabatisch gemittelte Ansatz als Subgrid-Modell in großskaligen kosmologischen Simulationen dienen, um den Einfluss ultraleichter Dunkler Materie auf baryonische Strukturen effizient zu approximieren.

7 Diskussion und kosmologische Implikationen

Die vorliegenden Simulationsergebnisse erlauben eine quantitative Einschätzung der Rolle leichter Axion-Solitonen als vor-galaktische Attraktoren. Auf Basis der in Abschnitt 5 dargestellten Messdaten zeigt sich, dass Axion-Sterne mit Massen im Bereich von Axion-Sterne mit Massen im Bereich von $10^7 - 10^9 M_\odot$ stabile solitonische Kerne ausbilden, die über Myr-Zeitskalen keine Auflösung oder Fragmentierung erfahren. Diese Stabilität gilt selbst unter Einbezug baryonischer Turbulenzen und der zunehmenden Gasdichte im Zentrum, was die Robustheit des zugrundeliegenden Gravitationspotentials bekräftigt.

Der entscheidende Befund ist, dass die Anwesenheit eines solitonischen Axion-Kerns die baryonische Kompression effizient verstärkt. Die gemessenen Akkretionsraten, die signifikante Abnahme der lokalen Jeans-Masse und die früh einsetzende Erfüllung der Jeans-Bedingung führen gemeinsam zu der Schlussfolgerung, dass Axion-Solitonen eine physikalisch plausible Umgebung für früh einsetzende Sternentstehung bereitstellen. Im Vergleich zu CDM-Minihalos erfolgt der baryonische Kollaps zeitlich früher und lokal stärker fokussiert, was das Postulat untermauert, dass Axion-Sterne als vor-galaktische “Seeds” für strukturbildende Prozesse wirken können.

Aus kosmologischer Perspektive impliziert dies, dass in einem Universum mit ultraleichter Axion-Dunkler-Materie die ersten Sternentstehungsregionen stärker lokalisiert und weniger hierarchisch organisiert auftreten könnten. Diese Abweichung vom klassischen CDM-Bild eröffnet neue Möglichkeiten für die Interpretation früher Galaxienpopulationen und liefert einen konsistenten Mechanismus, der erhöhte Sternentstehungsraten bei hohen Rotverschiebungen erklären kann. Die Ergebnisse deuten insgesamt darauf hin, dass Axion-Solitonen nicht lediglich ein exotisches Nebenprodukt der FDM-Dynamik darstellen, sondern ein aktiver strukturbestimmender Bestandteil des frühen Universums sein können.

Abbildungsverzeichnis

1	Ben Waldmann HaloGenesis v.1.2	1
2	Ben Waldmann Canva	3
3	Ben Waldmann HaloGenesis v. 3.7	11
4	Ben Waldmann HaloGenesis v.3.7	12
5	Ben Waldmann Spyder-Export	13
6	Ben Waldmann HaloGenesis v.3.5	14
7	Ben Waldmann Spyder-Export	14

Alle Abbildungen stammen aus meiner Simulation, resultierenden Exports oder einer selbst programmierten Visualisierung.

Literatur

- [1] V. C. Rubin, W. K. Ford Jr., N. Thonnard, *Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii*, Astrophysical Journal **238**, 471–487 (1980).
- [2] D. Clowe et al., *A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter*, Astrophysical Journal Letters **648**, L109–L113 (2006).
- [3] Planck Collaboration, *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters*, Astronomy & Astrophysics **641**, A6 (2020).
- [4] J. S. Bullock, M. Boylan-Kolchin, *Small-Scale Challenges to the Λ CDM Paradigm*, Annual Review of Astronomy and Astrophysics **55**, 343–387 (2017).
- [5] W. J. G. de Blok, *The Core-Cusp Problem*, Advances in Astronomy **2010**, 789293 (2010).
- [6] A. Klypin, A. V. Kravtsov, O. Valenzuela, F. Prada, *Where Are the Missing Galactic Satellites?*, Astrophysical Journal **522**, 82–92 (1999).
- [7] M. Boylan-Kolchin, J. S. Bullock, M. Kaplinghat, *Too big to fail? The puzzling darkness of massive Milky Way subhaloes*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **415**, L40–L44 (2011).
- [8] W. Hu, R. Barkana, A. Gruzinov, *Fuzzy Cold Dark Matter: The Wave Properties of Ultralight Particles*, Physical Review Letters **85**, 1158–1161 (2000).
- [9] L. Hui, J. P. Ostriker, S. Tremaine, E. Witten, *Ultralight scalars as cosmological dark matter*, Physical Review D **95**, 043541 (2017).
- [10] D. J. E. Marsh, *Axion Cosmology*, Physics Reports **643**, 1–79 (2016).
- [11] H.-Y. Schive, T. Chiueh, T. Broadhurst, *Cosmic Structure as the Quantum Interference of a Coherent Dark Wave*, Nature Physics **10**, 496–499 (2014).
- [12] H.-Y. Schive et al., *Understanding the Core-Halo Relation of Quantum Wave Dark Matter*, Physical Review Letters **113**, 261302 (2014).
- [13] F. S. Guzmán, L. A. Ureña-López, *Gravitational cooling of self-gravitating Bose-Condensates*, Astrophysical Journal **645**, 814–819 (2006).
- [14] E. Braaten, A. Mohapatra, H. Zhang, *Dense Axion Stars*, Physical Review Letters **117**, 121801 (2016).
- [15] V. Bromm, *Formation of the First Stars*, Reports on Progress in Physics **76**, 112901 (2013).
- [16] J. F. Navarro, C. S. Frenk, S. D. M. White, *The Structure of Cold Dark Matter Halos*, Astrophysical Journal **462**, 563–575 (1996).
- [17] W. H. Hu, R. Barkana, A. Gruzinov, *Fuzzy Cold Dark Matter: The Wave Properties of Ultralight Particles*, Phys. Rev. Lett. **85**, 1158 (2000).
- [18] H. Y. Schive, T. Chiueh, T. Broadhurst, *Cosmic Structure as the Quantum Interference of a Coherent Dark Wave*, Nature Physics **10**, 496–499 (2014).
- [19] H. Y. Schive et al., *Understanding the Core-Halo Relation of Fuzzy Dark Matter from 3D Simulations*, Phys. Rev. Lett. **113**, 261302 (2014).
- [20] L. Hui, J. P. Ostriker, S. Tremaine, E. Witten, *Ultralight Scalars as Cosmological Dark Matter*, Phys. Rev. D **95**, 043541 (2017).

- [21] D. J. E. Marsh, *Axion Cosmology*, Phys. Rept. **643**, 1–79 (2016).
- [22] P. H. Chavanis, *Mass-Radius Relation of Newtonian Self-Gravitating Bose–Einstein Condensates*, Phys. Rev. D **84**, 043531 (2011).
- [23] F. S. Guzman, L. A. Urena-Lopez, *Gravitational Cooling of Self-Gravitating Bose Condensates*, Astrophys. J. **645**, 814–819 (2006).
- [24] J. Veltmaat, J. C. Niemeyer, B. Schwabe, *Formation and Structure of Ultralight Bosonic Dark Matter Halos*, Phys. Rev. D **98**, 043509 (2018).
- [25] P. Mocz et al., *Schrödinger–Poisson–Vlasov Hybrid Scheme for Cosmological Structure Formation*, Mon. Not. R. Astron. Soc. **471**, 4559–4570 (2017).
- [26] P. Mocz et al., *First Star-Forming Structures in Fuzzy Dark Matter*, Phys. Rev. Lett. **123**, 141301 (2019).
- [27] M. Nori, M. Baldi, *Axion-Like Particles and the First Stars*, Mon. Not. R. Astron. Soc. **485**, 5001–5018 (2019).
- [28] B. Schwabe, J. Niemeyer, J. F. Engels, *Simulations of Solitonic Core Mergers in Fuzzy Dark Matter*, Phys. Rev. D **94**, 043513 (2016).
- [29] M. Silverman, *Quantum Fluids and Gravitational Self-Trapping of Bose Fields*, Found. Phys. **49**, 326–345 (2019).
- [30] K. Kirkpatrick, A. H. Guth, M. Hertzberg, *Fluctuations of Ultralight Dark Matter*, Phys. Rev. D **100**, 123512 (2019).
- [31] T. Chiueh, H. Y. Schive, *The Schrödinger Method for Primordial Structure Formation*, Astrophys. J. **909**, 100 (2021).
- [32] S. Naoz, N. Yoshida, *Gas Dynamics and Star Formation in the Early Universe*, Astrophys. J. **763**, 27 (2013).
- [33] T. Abel, G. Bryan, M. Norman, *The Formation of the First Star*, Science **295**, 93–98 (2002).
- [34] J. H. Wise, T. Abel, *Resolving the Formation of Protogalaxies*, Astrophys. J. **665**, 899–910 (2007).

Repository

Ich möchte darum bitten vor dem Bundeswettbewerb HaloGenesis nicht für kommerzielle Zwecke einzusetzen. Ich vertraue auf Ihren sinnvollen Umgang mit der Simulation. Die Software ist auf low-end-Geräten lauffähig, leidet aber eventuell unter gewissen Verzögerungen. Alle weiteren Informationen finden Sie im ReadMe. Ich wünsche so viel spaß beim ausprobieren, wie ich beim Entwickeln hatte.

<https://github.com/WaldiWaldmann/HaloGenesis.git>